社債分析入門

基礎ファイナンス

山崎　輝

法政大学大学院 経営学研究科 講義資料

内容

1. 信用リスクと信用格付
2. 確率論の基礎
3. デフォルト率と格付推移
4. 社債価格の評価

信用リスクと信用格付

信用リスクとは？

信用リスク（credit risk）とは、社債の償還やクーポンの支払いが滞ったり、支払い不能が発生する可能性を指すリスク

言葉の使い方：

- 信用リスクをデフォルト・リスク（default risk）ともいう
- 社債の償還やクーポンの支払いの確実性が高い（低い）ことを、信用リスクが低い（高い）という
- 社債の償還やクーポンの支払いの確実性が高い（低い）ことを、信用力が高い（低い）という

信用格付

外部格付

- 格付機関が付与する信用格付

債券格付：債券の銘柄に対して付与される信用格付

- ✓ **長期債務格付**：満期1年以上の債券を対象とする信用格付
- ✓ **短期債務格付**：満期1年未満のCPなどを対象とする信用格付

発行体格付：債券の発行体に対して付与される信用格付

ソブリン格付：国や国際機関などが発行する債券の信用格付

内部格付

- 投資家（銀行、証券会社、資産運用会社など）自らが付与する信用格付

格付機関

代表的な格付機関

- **国内格付機関：**格付投資情報センター（R&I）日本格付研究所（JCR）
- **海外格付機関：**スタンダード・アンド・プアーズ（S&P）ムーディーズ（Moodys）
  フィッチ・レーティングス（Fitch）

格付機関の格付方法

- **依頼格付：**発行体からの依頼により、財務諸表などの公開情報だけでなく、
  経営者ヒアリングなどの内部情報も利用して格付を付与する
- **勝手格付：**発行体の依頼によらず、公開情報のみに基づいて格付を付与する

信用格付の意味

	S&P、R&I、JCR、Fitch	Moodys	信用格付の意味（R&I）
投資適格	AAA	Aaa	債務履行の確実性は最も高く、多くの優れた要素がある
	AA	Aa	債務履行の確実性は極めて高く、優れた要素がある
	A	A	債務履行の確実性は高く、部分的に優れた要素がある
	BBB	Baa	債務履行の確実性は十分であるが、将来環境が大きく変化した場合、注意すべき要素がある
投機的等級	BB	Ba	債務履行の確実性に当面問題ないが、将来環境が大きく変化した場合、十分注意すべき要素がある
	B	B	債務履行の確実性に問題があり、絶えず注意すべき要素がある
	CCC	Caa	債務不履行に陥っているか、またはその懸念が強く、債務不履行に陥った債権は回収が十分に見込めない可能性がある
	CC	Ca	債務不履行に陥っているか、またはその懸念が強く、債務不履行に陥った債権はある程度しか回収が見込めない可能性がある
	C	C	債務不履行に陥っており、債権の回収はほとんど見込めない
ー	D	ー	デフォルト

確率論の基礎

基礎概念

【標本空間・根元事象・事象】

- 確率論の出発点は**試行**

  試行（trial）・・・前もって結果の決まっていない現象の観察や実験

- ただし、**起こりうる結果の全体は前もって分かっている**とし、この結果全体の集合を**標本空間**（sample space）という

- 1つ1つの結果を**根元事象**（elementary event）という

- 根元事象の集まり（標本空間の部分集合）を**事象**（event）という

サイコロの例（1）

- **試行：**サイコロを1回振る
- **標本空間：**$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- **根元事象：**$1, 2, 3, 4, 5, 6$
- **事象：**
  - ✓ 1の目が出る事象は $\{1\}$
  - ✓ 2の目が出ない事象は $\{1, 3, 4, 5, 6\}$
  - ✓ 4か6の目がでる事象は $\{4, 6\}$
  - ✓ 偶数の目が出る事象は $\{2, 4, 6\}$

例題

例題：コインを2回投げて表と裏をみる試行をする。このとき以下の問いに答えよ。

① この試行の標本空間と根元事象を書け

② 1回目が表、2回目が裏となる事象を書け

③ 少なくとも1回は表が出る事象を書け

確率

【確率とは？】

- **確率**（probability）とは、試行したときの**事象**の起こりやすさを表す数値
- 事象 A が起こる確率を $p(\mathrm{A})$ と書くことにする
- 確率 p は以下の3つの性質をみたす

性質1. $p(\text{標本空間}) = 1$

性質2. どんな事象 A に対しても $0 \leq p(\mathrm{A}) \leq 1$

性質3. 互いに排反な2つの事象 A と B に対して $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = p(\mathrm{A}) + p(\mathrm{B})$

サイコロの例（2）

- **試行：**サイコロを1回振る
- **性質1.** 標本空間が実現する確率は $p(\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}) = 1$
- **性質2.**
  - ✓ 5の目が出る確率は $p(\{5\}) = 1/6$
  - ✓ 奇数の目が出る確率は $p(\{1, 3, 5\}) = 3/6 = 1/2$
- **性質3.** 4の目が出る事象と6の目が出る事象は互いに排反
  - ✓ 4もしくは6の目が出る確率は $p(\{4\} \cup \{6\}) = p(\{4, 6\}) = 2/6 = 1/3$
  - ✓ 4の目が出る確率と6の目が出る確率の和は $p(\{4\}) + p(\{6\}) = 1/6 + 1/6 = 1/3$

例題

例題：コインを2回投げて表と裏をみる試行をする。このとき以下の問いに答えよ。

① 1回目が表、2回目が裏となる確率は？

② 2回目に表が出る確率は？

③ 少なくとも1回は表が出る確率は？

経験的確率

【経験的確率とは？】

- 偏りのないコイン投げであれば、表の出る確率は1/2だと知っている
- コインに細工があるとき、表と裏の出る確率をどのように知るのか？
- 例えば、以下の手順で確率を推定する ⬅️ **経験的確率**（empirical probability）

Step1. コインを100回投げて、表と裏の出た回数を数え上げる

Step2. 表の出る経験的確率は $p(\{表\}) =$ 表の出た回数 $\div 100$

Step3. 裏の出る経験的確率は $p(\{裏\}) =$ 裏の出た回数 $\div 100$

アンケートの例（1）

- **試行：**「基礎ファイナンス」の授業アンケートをとる
- **標本空間：**{満足, 普通, 不満}
- **アンケート結果：**回答200人中、満足80人、普通100人、不満20人
- **経験的確率：**
  - ✓ 「満足」の経験的確率は $p(\{\text{満足}\}) = 80/200 = 2/5$
  - ✓ 「普通」の経験的確率は $p(\{\text{普通}\}) = 100/200 = 1/2$
  - ✓ 「普通」もしくは「不満」の経験的確率は $p(\{\text{普通}, \text{不満}\}) = 120/200 = 3/5$

確率変数

【確率変数とは？】

- 試行したとき、得られた結果に対して得点を付けることがある
- 根元事象に対して数値を対応させるルールが**確率変数**（random variable）
- このルール（確率変数）は**関数**である！

関数の概念

$$x \longrightarrow \boxed{f} \longrightarrow y = f(x)$$

確率変数

$$\omega \longrightarrow \boxed{X} \longrightarrow x = X(\omega)$$

サイコロの例（3）

- **試行：**サイコロを1回振る
- **ルール：**サイコロの目が奇数なら1、偶数なら0
- **確率変数の対応：**
  - ✓ $X(1) = X(3) = X(5) = 1$、 $X(2) = X(4) = X(6) = 0$
  - ✓ もしくは $x_1 = x_3 = x_5 = 1$、 $x_2 = x_4 = x_6 = 0$

得点のルールである確率変数はいろいろと設定できる

アンケートの例（2）

- **試行：**「基礎ファイナンス」の授業アンケートをとる
- **標本空間：**{満足, 普通, 不満}
- **アンケート結果：**回答200人中、満足80人、普通100人、不満20人
- **確率変数の対応：**
  - ✓ X(満足) = 2、　X(普通) = 1、　X(不満) = 0

アンケートの集計結果を分析するには数値化する必要がある！

例題

例題：次の問い に答えよ。

① サイコロを1回振って出た目を2で割った数が得点となるルールのとき、この確率変数 X の対応をすべて書き出しなさい

② コインを2回投げて表の出た回数が得点となるルールのとき、この確率変数 Y の対応をすべて書き出しなさい

期待値

【期待値とは？】

- 試行したときの平均的に期待される得点が**期待値**（expectation）
- 確率変数 X の期待される結果が期待値
- 期待値 $\mathbb{E}[X]$ の定義：

$$\mathbb{E}[X] := p_1 x_1 + p_2 x_2 + \cdots + p_n x_n$$

$x_1, x_2, \ldots, x_n$ は確率変数 X の結果、$p_1, p_2, \ldots, p_n$ はそれぞれの結果が出る確率

n は根元事象の数であることに注意！

サイコロの例（4）

- **試行とルール：**サイコロを1回振り、出た目が奇数なら1、偶数なら0
- **確率変数：**
  - ✓ $x_1 = x_3 = x_5 = 1$、　$x_2 = x_4 = x_6 = 0$
- **確率：**
  - ✓ $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = p_6 = 1/6$
- **期待値：**

$$\mathbb{E}[X] = \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 0 + \frac{1}{6} \times 1 + \frac{1}{6} \times 0 = \frac{1}{2}$$

例題

例題：次の問いに答えよ。

① サイコロを1回振って出た目を2で割った数を確率変数 X とするとき、この確率変数 X の期待値を計算せよ

② コインを2回投げて表の出た回数を確率変数 Y とするとき、この確率変数 Y の期待値を計算せよ

平均

【平均とは？】

- 経験的確率で計算される期待値を**平均**（average）という

- 平均の計算：

$$\mathbb{E}[X] = \frac{1}{N}x_1 + \frac{1}{N}x_2 + \cdots + \frac{1}{N}x_N = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_N}{N}$$

確率変数 X の N 個の観測値 $x_1, x_2, \ldots, x_N$ がそれぞれ $1/N$ の確率で出たとする

N は観測値の数であることに注意！

サイコロの例（5）

- サイコロに細工があるかもしれないので、100回投げて平均を計算
- **確率変数**：サイコロの出た目が奇数なら1、偶数なら0
- **平均**： $\mathbb{E}[X] = \frac{1}{100} \times 1 + \frac{1}{100} \times 0 + \cdots + \frac{1}{100} \times 0 = \frac{1 + 0 + \cdots + 0}{100}$

根元事象の数 $n = 6$、観測値の数 $N = 100$ であることに注意！

	1回目	2回目	3回目	…	100回目
サイコロの目	3	6	3	…	4
確率	1/100	1/100	1/100	…	1/100
確率変数	1	0	1	…	0

アンケートの例（3）

- **観測結果：**
  - ✓ 「満足」の回答者は80人なので、X(満足) = 2 が80回観測された
  - ✓ 「普通」の回答者は100人なので、X(普通) = 1 が100回観測された
  - ✓ 「不満」の回答者は20人なので、X(不満) = 0 が20回観測された
- **平均：**

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[X] &= \frac{1}{200} \times 2 \times 80 + \frac{1}{200} \times 1 \times 100 + \frac{1}{200} \times 0 \times 20 \\
&= \frac{2}{5} \times 2 + \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{10} \times 0 \\
&= \frac{2 \times 80 + 1 \times 100 + 0 \times 20}{200} = 1.3
\end{aligned}
$$

デフォルト率と格付推移

格付機関による情報提供

格付機関は次の情報を公開している

（経験デフォルト率）

- ある格付の債券／発行体が一定期間内にデフォルトに陥る経験的確率

（格付推移確率）

- ある格付の債券／発行体が一定期間内に別の格付に移る、もしくは同じ格付に留まる経験的確率
- 格付推移確率を行列表示したものを格付推移行列という

経験的デフォルト率

社債の格付別年間デフォルト率（1983ー2008年）

格付け	Aaa	Aa	A	Baa
平均	0.0%	0.0%	0.2%	0.4%
不況時	0.0%	1.0%	3.0%	3.0%
格付け	Ba	B	Caa	Ca
平均	2.1%	5.2%	9.9%	12.9%
不況時	8.0%	16.0%	43.0%	79.0%

出所：「企業のデフォルト率と回収率、1920-2008」、ムーディーズ・グローバルクレジットポリシー、2009年2月

格付推移行列（出所：R&Iのホームページより）

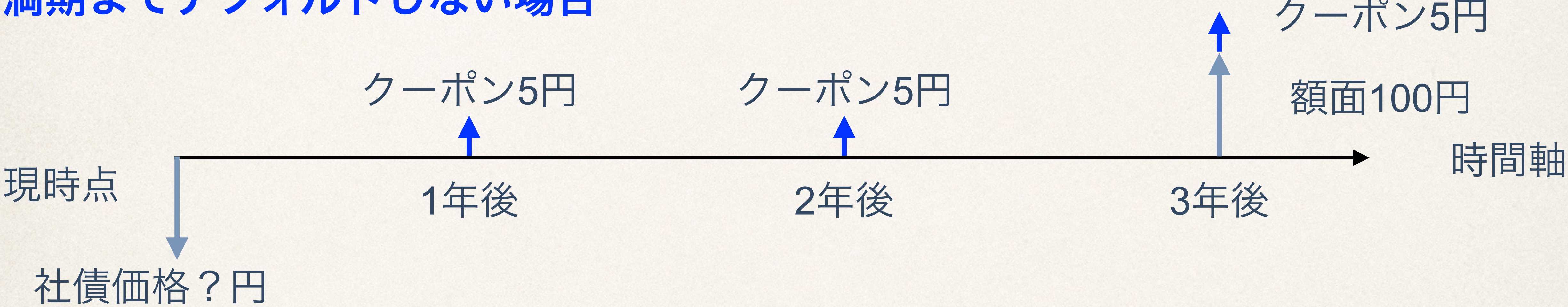
単位：%		年度末の格付							
		AAA	AA	A	BBB	BB	B	CCC-C	D
年度初の格付	AAA	91.0	9.0						
	AA	0.7	94.8	4.5	0.1				
	A	0.0	1.7	95.0	3.1	0.1			0.0
	BBB		0.0	4.0	93.3	2.5	0.1		0.1
	BB			0.2	8.2	86.5	2.6	0.1	2.4
	B				1.4	10.8	75.5	0.7	11.5
	CCC-C						8.5	85.1	6.4

社債価格の評価

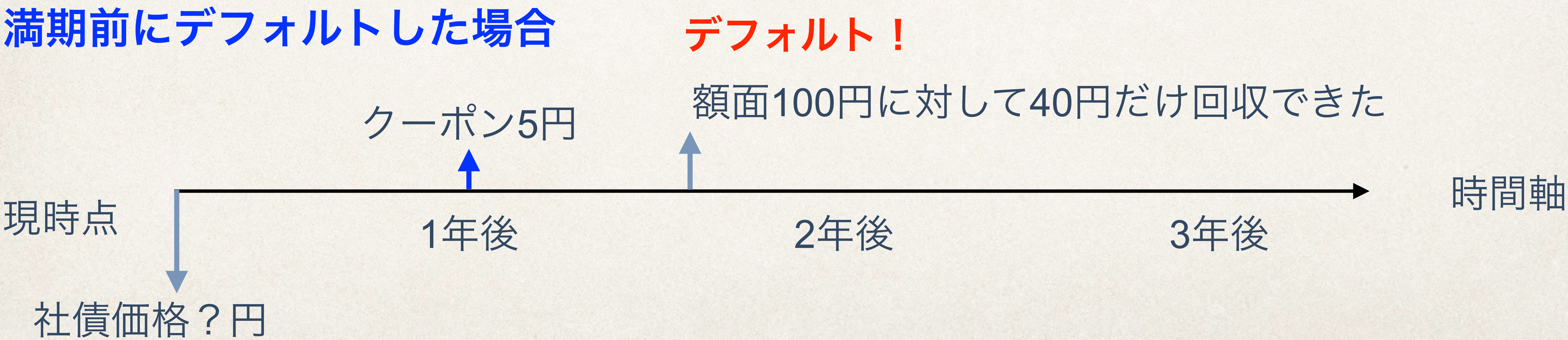
社債のキャッシュフロー

固定利付社債の矢印図（クーポンレート5%、満期3年）

満期までデフォルトしない場合



満期前にデフォルトした場合



社債分析の用語

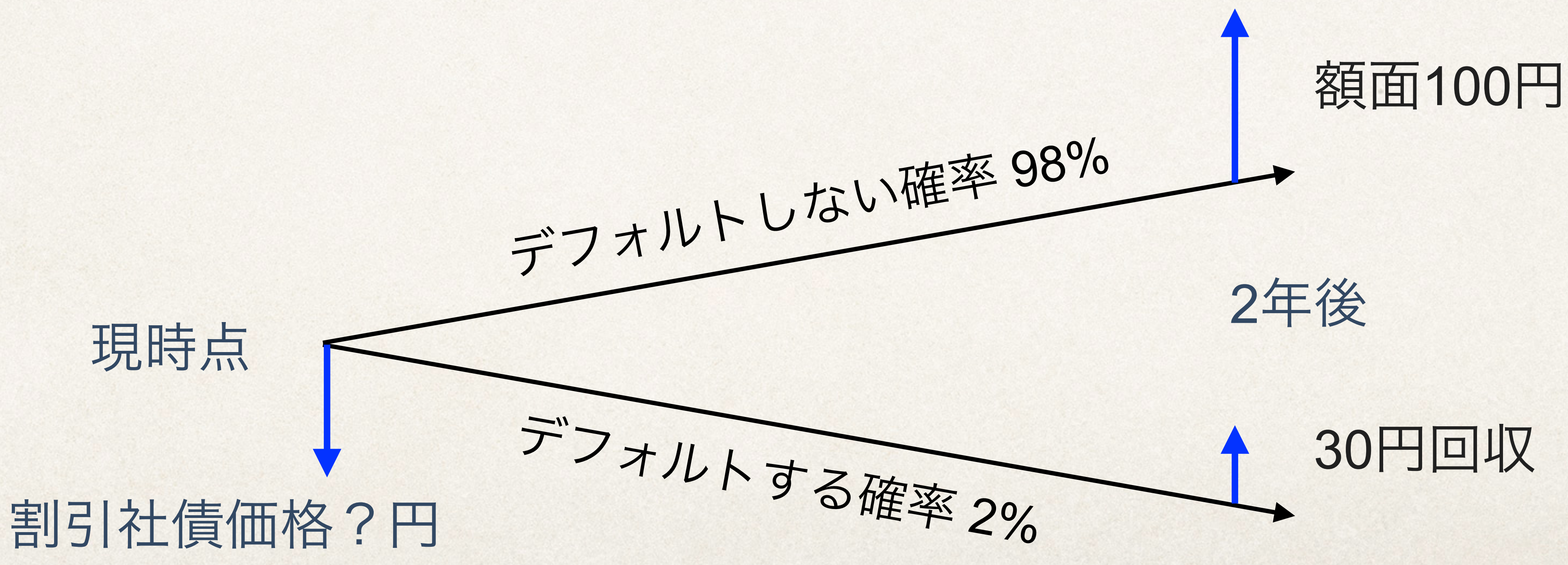
（社債分析のための用語）

- デフォルト時刻（default time）
  →社債の発行体がデフォルトする時点
- 回収率（recovery rate）
  →社債がデフォルトしたとき、額面に対して回収できた金額の比率
- 損失率（loss given default, LGD）
  →社債がデフォルトしたとき、額面に対して損失を被った比率
- 無リスク金利（risk-free interest rate）
  →国債などの信用リスクのない金融資産の利回り（スポットレート）

社債価格の評価問題

問題：ある企業が発行する満期2年の**割引社債**を考える。この社債が満期までにデフォルトする確率は2%、その回収率は30%である。
<u>割引社債の価格はいくらとすべきか？</u> ただし、無リスク金利は3%である。

割引社債の矢印図（満期2年）



社債価格評価の考え方

社債価格評価のポイント：社債価格の評価では不確実性が伴うので、**確率論**の枠組みで考える

- 「社債がデフォルトする／しない」は（**根元**）**事象**！
- 「社債の将来のキャッシュフロー」は**確率変数**！

割引社債価格の評価：満期 N の割引社債の価格 P は、キャッシュフロー X（確率変数）の期待値を無リスク金利 r_N で現在価値に割り引くことで求める

$$P = \frac{\mathbb{E}[X]}{(1 + r_N)^N}$$

キャッシュフローの期待値 $\mathbb{E}[X]$ を**期待キャッシュフロー**という

社債価格の評価問題の答え

次の手順で割引社債の価格を求める

（手順1）デフォルト確率と将来のキャッシュフローを書き出す

$p(\{\text{デフォルトしない}\}) = 0.98 \qquad p(\{\text{デフォルトする}\}) = 0.02$

$X(\text{デフォルトしない}) = 100 \qquad X(\text{デフォルトする}) = 30$

（手順2）期待キャッシュフローを計算する

$\mathbb{E}[X] = 0.98 \times 100 + 0.02 \times 30 = 98.60$

（手順3）期待キャッシュフローの現在価値を計算する

$$P = \frac{\mathbb{E}[X]}{(1 + r_N)^N} = \frac{98.60}{(1 + 3\%)^2} = 92.94$$

答え．92.94円

クレジット・スプレッド

次の等式を満たす α を**クレジット・スプレッド**（credit spread）という

$$\text{割引社債価格} = \frac{100}{(1 + r_N + \alpha)^N}$$

クレジット・スプレッドの特徴：

- クレジット・スプレッドは社債の信用リスクに対するリスク・プレミアム
- 信用力の高い（低い）社債のクレジット・スプレッドは小さい（大きい）
- 無リスク金利が既知のとき
  - ➡️ クレジット・スプレッドが観測できれば、社債価格が計算できる
  - ➡️ 社債価格が観測できれば、クレジット・スプレッドが計算できる

例題

例題：2年の無リスク金利が2%のとき、以下の問いに答えよ。

① クレジット・スプレッドが5%である満期2年の割引社債の価格を求めよ

② 満期2年の割引社債の価格が89円であるとき、この社債のクレジット・クレジットを求めよ

（例題の要点）クレジット・スプレッドと社債価格は一対一の関係にある

社債価格の再考

社債価格の再考：回収率を δ、デフォルトする確率を p とすると…

- デフォルトしない確率は $1-p$
- 期待キャッシュフローは

$$\mathbb{E}[X] = (1-p) \times 100 + p \times 100 \times \delta = 100\{p(\delta - 1) + 1\}$$

したがって、割引社債の価格 P は次式となる

$$P = \frac{100\{p(\delta - 1) + 1\}}{(1 + r_N)^N}$$

（重要！）無リスク金利と回収率が既知のとき、デフォルト確率がわかれば、社債価格がわかる。逆に、社債価格がわかれば、デフォルト確率がわかる。

例題

例題：2年の無リスク金利が2%のとき、以下の問いに答えよ。

① 満期2年の割引社債の価格が80円、回収率が0%のとき、この社債が満期までにデフォルトする確率を求めよ

② 満期2年の割引社債のクレジット・クレジットが1%、回収率が30%のとき、この社債が満期までにデフォルトする確率を求めよ

（例題の要点）社債価格（クレジット・スプレッド）から逆算されるデフォルト確率を**インプライド・デフォルト率**という

残された課題

（不確実性の問題）
　回収率や回収のタイミングにも不確実性があり、事前にはわからない

（実確率とリスク中立確率の問題）
　今回の説明には不正確なところがあり、正しい社債価格の評価は…

- リスク中立なデフォルト確率で期待キャッシュフローを計算し、
  無リスク金利で現在価値に割り引く

or

- 実際のデフォルト確率で期待キャッシュフローを計算し、
  リスクを考慮した割引率で現在価値に割り引く