キャッシュフローと現在価値

基礎ファイナンス

山嵜　輝

法政大学大学院 経営学研究科 講義資料

内容

1. 基礎概念
2. 複利運用
3. 割引因子
4. LIBOR

基礎概念

ファイナンスとモデル

（ファイナンスのアプローチ）

ファイナンスでは、金融取引を定式化して、モデルとして表現することで様々な分析を行う

→金融取引は、不確実性を伴う異時点間のお金の交換

モデルとは？

- 単純化・・・重要でない箇所を捨象することで論点を明確化
- 一般化・・・汎用的に使えるように一般化して表現

単純化と一般化の例

単純化の例： 各月の1ヶ月間を何年と換算するか？

- ✓ 実際は・・・1月は31/365年、2月は28/365年、3月は31/365年…
- ✓ 単純化・・・1ヶ月間を1/12年とする

一般化の例： 今日と1年後の株価は？

- ✓ 具体的・・・今日の株価は250円、1年後の株価は400円になると仮定
- ✓ 一般化・・・今日の株価は S_0、1年後の株価は S_1 と表記

キャッシュフロー

定期預金の例：Aさんは利率2%、満期1年の定期預金（安全資産）に100円を預けた

現時点：Aさんは100円支払う　⇔　銀行は100円受け取る

1年後：Aさんは102円（元本＋利息額）受け取る　⇔　銀行は102円支払う

キャッシュフロー（cash flow; CF）の4つの構成要素：

① 主体はだれか？（Aさん or 銀行）

② お金の受払の時点は？（現時点、満期…）

③ お金が入るのか、出るのか？（受け取り or 支払い）

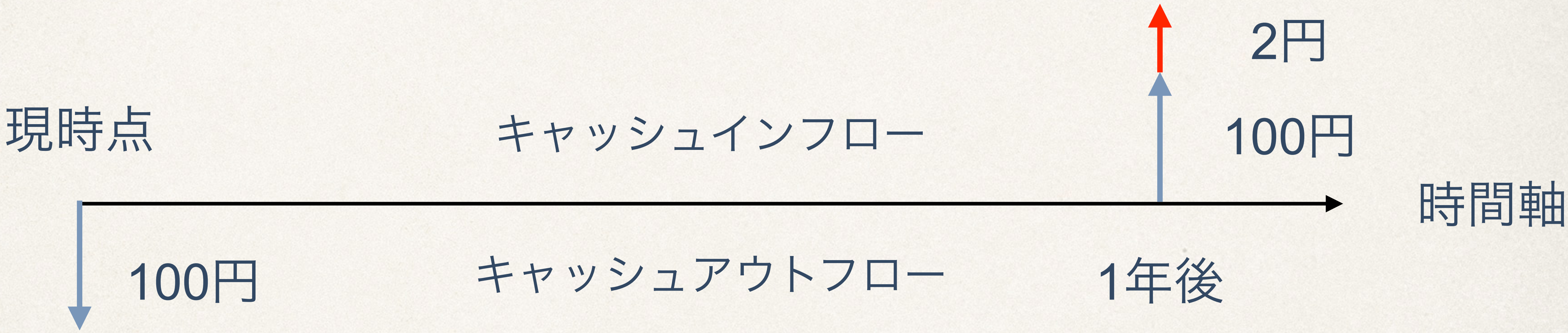
④ お金の量は？（預入額100円、元本額100円、利息額2円）

取引関係図

定期預金の取引関係図

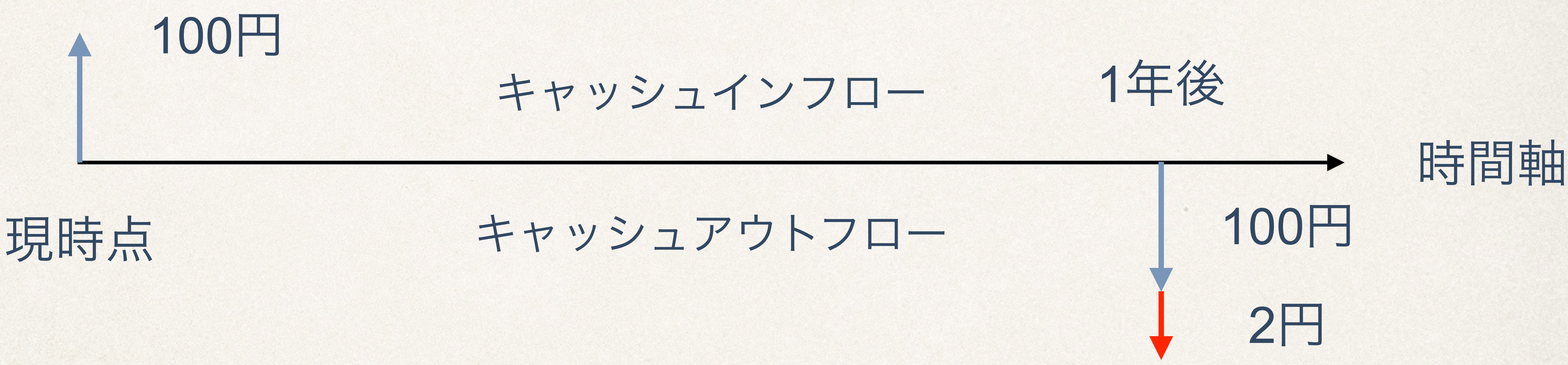
矢印図（1）

Aさんからみた矢印図



矢印図（2）

銀行からみた矢印図



将来価値

問題：現在所有している100円の1年後の価値はいくらか？

条件：現在、利率2%、満期1年の安全資産で運用可能

解答：安全資産である定期預金で100円を運用すると、1年後には

元本 + 利息額 ＝ 100円 + 100円 × 2% ＝ 102円

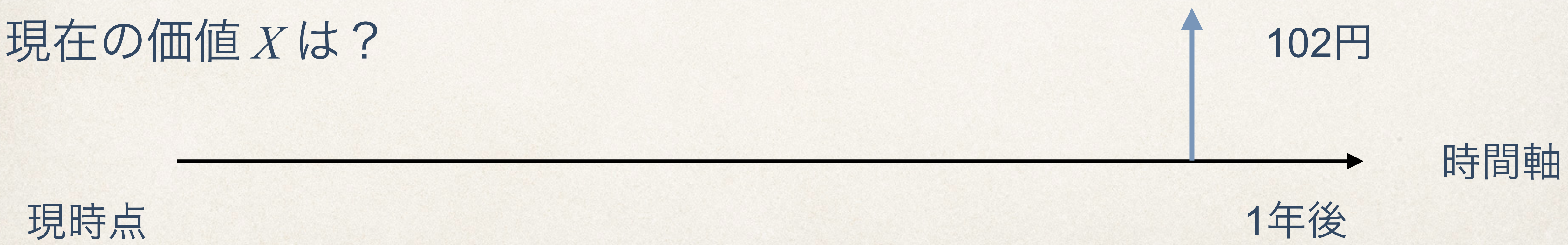
➡️ 100円の1年後の**将来価値**（future value; FV）は102円

現在価値（1）

問題：1年後に102円受け取れる権利の現在の価値はいくらか？

条件：現在、利率2%、満期1年の安全資産で運用可能

権利の矢印図



現在価値（2）

解答：1年後の将来価値が102円だから、現在の価値を X とすると、

$$X + X \times 2\,\% = 102\text{円} \quad \Rightarrow \quad X = \frac{102\text{円}}{1 + 2\,\%} = 100\text{円}$$

➡️1年後の102円の**現在価値**（present value; PV）は100円

現在価値の公式 その1：

$$\mathrm{FV} = \mathrm{PV} + \mathrm{PV} \times r = \mathrm{PV}(1 + r) \quad \Rightarrow \quad \mathrm{PV} = \frac{\mathrm{FV}}{1 + r} = \frac{1\text{年後の}\mathrm{CF}}{1 + r}$$

複利運用

複利運用とは？

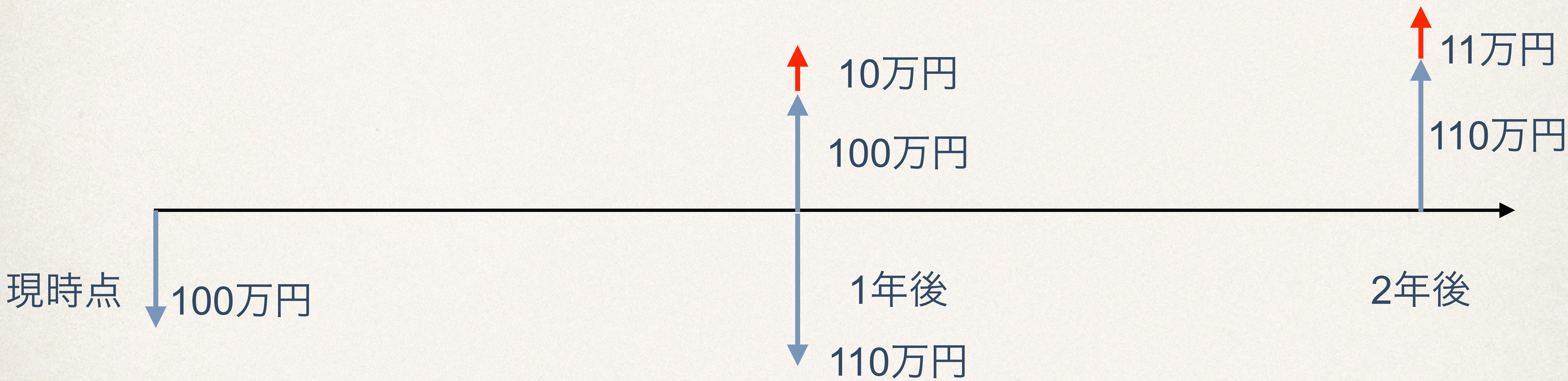
定期預金の例：

Aさんは利率10％、満期2年の定期預金に100万円を預けた

利息は1年毎に付利され、期中の利息は元本に加算されて運用が継続

→このような金融取引を2年満期・1年複利の運用という

複利運用の矢印図



矢印図の合成

⬇️

2年後の将来価値・現在価値

1年複利で運用した場合、100万円の2年後の将来価値はいくらか？

1年後のFV： 100万円 + 100万円 × 10% = 100万円 × (1 + 10%) = 110万円

2年後のFV： 110万円 + 110万円 × 10% = 110万円 × (1 + 10%)

= 100万円 × (1 + 10%)^2 = 121万円

現在価値の公式 その2：

$$FV = PV(1 + r)^2 \quad \Rightarrow \quad PV = \frac{FV}{(1 + r)^2} = \frac{2\text{年後の}CF}{(1 + r)^2}$$

n 年後の将来価値・現在価値

	将来価値　FV
1年後	100万円 × $(1 + 10\%)^{1}$ = 110万円
2年後	100万円 × $(1 + 10\%)^{2}$ = 121万円
3年後	100万円 × $(1 + 10\%)^{3}$ = 133.1万円
・・・	・・・
n 年後	100万円 × $(1 + 10\%)^{n}$

現在価値の公式 その3：

$$\mathrm{FV} = \mathrm{PV}(1+r)^n \quad \Rightarrow \quad \mathrm{PV} = \frac{\mathrm{FV}}{(1+r)^n} = \frac{n\text{年後のCF}}{(1+r)^n}$$

例題

例題：3年満期・1年複利、利率3%の安全資産で運用できるとき、以下の問いに答えよ。

① 100万円を運用するときのキャッシュフローの矢印図を描け

② 現在の100万円の3年後の将来価値を求めよ

③ 3年後に受け取る100万円のキャッシュフローの矢印図を描け

④ 3年後の将来価値100万円の現在価値を求めよ

割引因子

キャッシュフローの価値比較

問題：『1年後に98円もらえる権利』と『2年後に100円もらえる権利』では、どちらの権利の価値が高いか？

現在価値と利率

n 年満期・1年複利の現在価値：

$$\mathrm{PV} = \frac{n\text{年後のCF}}{(1+r)^n}$$

ケース1：利率1%で1年複利の運用が可能な場合

$$\mathrm{PV}_1 = \frac{98\text{円}}{\left(1+1\,\%\right)^1} \approx 97.03\text{円} \quad < \quad \mathrm{PV}_2 = \frac{100\text{円}}{\left(1+1\,\%\right)^2} \approx 98.03\text{円}$$

ケース2：利率3%で1年複利の運用が可能な場合

$$\mathrm{PV}_1 = \frac{98\text{円}}{\left(1+3\,\%\right)^1} \approx 95.15\text{円} \quad > \quad \mathrm{PV}_2 = \frac{100\text{円}}{\left(1+3\,\%\right)^2} \approx 94.26\text{円}$$

割引因子

現在価値の再定義：

$$\mathrm{PV} = \frac{n\text{年後のCF}}{(1+r)^n} = n\text{年後のCF} \times \mathrm{DF}(n)$$

ただし、 $\mathrm{DF}(n) := \dfrac{1}{(1+r)^n}$ と定義

$\mathrm{DF}(n)$ を n 年の**割引因子**（discount factor; DF）という

割引因子の役割と性質

割引因子の役割：

- ✓ 現在価値＝将来価値×割引因子
- ✓ 割引因子は将来時点のキャッシュフローを現在価値に調整する役割
- ✓ キャッシュフローを現在価値に変換することで加減演算や比較が可能

割引因子の性質：

$$0 < \mathrm{DF}(n) \leq 1, \quad r = 0 \Rightarrow \mathrm{DF}(n) = 1, \quad \mathrm{DF}(0) = 1$$

- ✓ 利率 r が上昇（低下）すると、割引因子の値は小さく（大きく）なる
- ✓ 満期 n が長く（短く）なると、割引因子の値は小さく（大きく）なる

例題

例題：1年後に50万円、2年後に100万円もらえる権利がある。
利率4%で1年複利の運用が可能であるとき、以下の手順にしたがって、
この権利の現在価値を求めよ。

① この権利のキャッシュフローの矢印図を描け

② 1年の割引因子と2年の割引因子を求めよ

③ 1年後の将来価値50万円の現在価値を求めよ

④ 2年後の将来価値100万円の現在価値を求めよ

⑤ この権利の現在価値を求めよ

LIBOR

LIBOR (London Inter-Bank Offered Rate) とは？

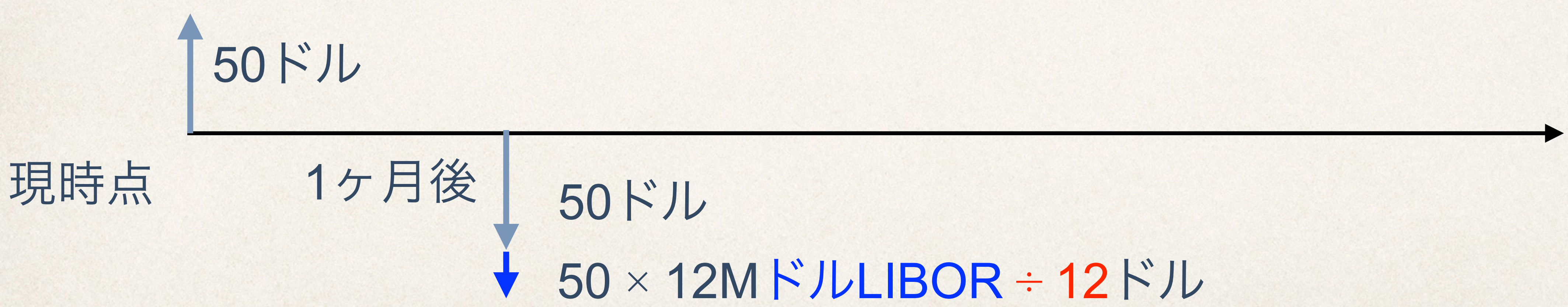
2019年12月3日の各通貨 LIBOR（単位：%）

	USD	GBP	JPY	EUR	CHF
1D	1.53850	0.67150	-0.06950	-0.56857	-0.77780
1W	1.57725	0.68875	-0.08317	-0.53900	-0.78840
1M	1.70363	0.70375	-0.20733	-0.52014	-0.82760
2M	1.83563	0.75150	-0.11733	-0.46157	-0.76760
3M	1.89150	0.78438	-0.07983	-0.45171	-0.72580
6M	1.89538	0.85750	-0.00717	-0.39286	-0.65880
12M	1.93663	0.95738	0.10367	-0.29043	-0.51900

LIBORによる運用・調達

円LIBORによる円運用

ドルLIBORによるドル調達



LIBORによる将来価値・現在価値

	将来価値　FV
1日後	100円 × $(1 + r_{1D} / 365)$ = 100円 × $\left(1 + r_{1D} \times \frac{1}{365}\text{年}\right)$
1週間後	100円 × $(1 + r_{1W} / 48)$ = 100円 × $\left(1 + r_{1W} \times \frac{1}{48}\text{年}\right)$
1ヶ月後	100円 × $(1 + r_{1M} / 12)$ = 100円 × $\left(1 + r_{1M} \times \frac{1}{12}\text{年}\right)$
・・・	・・・
1年後	100円 × $(1 + r_{12M} / 1)$ = 100円 × $(1 + r_{12M})$

1年未満の現在価値の公式：

$$\mathrm{FV} = \mathrm{PV}\,(1 + rT) \quad \Rightarrow \quad \mathrm{PV} = \frac{\mathrm{FV}}{(1 + rT)} = \frac{T\text{年後のCF}}{(1 + rT)}$$

ただし、r は期間に対応したLIBOR、T は1年未満であることに注意